*26декабря математика 1 курс юристы.*
*Знать формулы и решить №541,543*

*Произведение синусов и косинусов*

В ходе преобразований *тригонометрических выражений* бывает также полезно представлять ***произведение синусов и косинусов*** в виде суммы или разности.
Так, для ***произведения синуса и косинуса*** справедлива формула:
$\sin\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}[\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)]$ (5) .
Докажем теперь справедливость формулы (**5**).
По *формулам сложения* имеем $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta$. $\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta$.
Складывая почленно эти равенства, получаем $\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)=2\sin\alpha\cos\beta$ , откуда следует формула (**5**)
Аналогично доказываются формулы: $\sin\alpha\sin\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)]$ (6)
$\cos\alpha\cos\beta=\frac{1}{2}[\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)]$ (7)

***Задача 4***. Вычислить $4\cos\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}$. По формуле (7)
получаем $4\cos\frac{5\pi}{12}\cdot\cos\frac{\pi}{12}=2\left(\cos\frac{6\pi}{12}+\cos\frac{4\pi}{12}\right)==2\left(\cos\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{3}\right)=1.$

**Упражнения**

**537** Упростить выражение:
1) $\sin\left(\frac{\pi}{3}+\alpha\right)+\sin\left(\frac{\pi}{3}-\alpha\right)$; 2) $\cos\left(\frac{\pi}{4}-\beta\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}+\beta\right)$;
3) $\sin^2\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$; 4) $\cos^2\left(\alpha-\frac{\pi}{4}\right)-\cos^2\left(\alpha+\frac{\pi}{4}\right)$.

**538** Вычислить:
1) $\cos 105°+\cos 75°$; 2) $\sin 105°-\sin 75°$;
3) $\cos\frac{11\pi}{12}+\cos\frac{5\pi}{12}$; 4) $\cos\frac{11\pi}{12}-\cos\frac{5\pi}{12}$;
5) $\sin\frac{7\pi}{12}-\sin\frac{\pi}{12}$; 6) $\sin 105°+\sin 165°$.

**539** Преобразовать в произведение:
1) $1+2\sin\alpha$; 2) $1-2\sin\alpha$; 3) $1+2\cos\alpha$; 4) $1+\sin\alpha$.

**540** Доказать тождество:
1) $\frac{\sin\alpha+\sin 3\alpha}{\cos\alpha+\cos 3\alpha}=\operatorname{tg}2\alpha$; 2) $\frac{\sin 2\alpha+\sin 4\alpha}{\cos 2\alpha-\cos 4\alpha}=\operatorname{ctg}\alpha$.

**541** Упростить выражение:
1) $\frac{2(\cos\alpha+\cos 3\alpha)}{2\sin 2\alpha+\sin 4\alpha}$; 2) $\frac{1+\sin\alpha-\cos 2\alpha-\sin 3\alpha}{2\sin^2\alpha+\sin\alpha-1}$

**542** Доказать тождество:
1) $\cos^4\alpha-\sin^4\alpha-\sin 2\alpha=\sqrt{2}\cos\left(2\alpha-\frac{\pi}{4}\right)$;
2) $\cos\alpha+\cos\left(\frac{2\pi}{3}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{3}-\alpha\right)=0$;
3) $\frac{\sin 2\alpha+\sin 5\alpha-\sin 3\alpha}{\cos\alpha+1-2\sin^2 2\alpha}=2\sin\alpha$.

**543** Записать в виде произведения:
1) $\cos 22°+\cos 24°+\cos 26°+\cos 28°$;
2) $\cos\frac{\pi}{12}+\cos\frac{\pi}{4}+\cos\frac{5\pi}{6}$.

***Упражнения к главе V «Тригонометрические формулы».***

**546** Найти:

1) $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ и $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$;

2) $\operatorname{tg}\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$;

3) $\sin\alpha$, если $\operatorname{tg}\alpha = 2\sqrt{2}$ и $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$;

4) $\cos\alpha$, если $\operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{2}$ и $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$.

**547** Упростить выражение:

1) $2\sin(\pi-\alpha)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+3\sin^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)-2$;

2) $\dfrac{\sin(\pi+\alpha)\cos\left(\frac{3\pi}{2}-\alpha\right)\operatorname{tg}\left(\alpha-\frac{\pi}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\cos\left(\frac{3\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{tg}(\pi+\alpha)}$.

Вычислить (548—549).

**548** 1) $\sin\frac{47\pi}{6}$; 2) $\operatorname{tg}\frac{25\pi}{4}$; 3) $\operatorname{ctg}\frac{27\pi}{4}$; 4) $\cos\frac{21\pi}{4}$.

**549** 1) $\cos\frac{23\pi}{4}-\sin\frac{15\pi}{4}$; 2) $\sin\frac{25\pi}{3}-\operatorname{tg}\frac{10\pi}{3}$;

3) $3\cos 3660^\circ+\sin(-1560^\circ)$; 4) $\cos(-945^\circ)+\operatorname{tg}1035^\circ$

Упростить выражение (550—551).

**550** 1) $\left(\frac{1+\cos^2\alpha}{\sin\alpha}-\sin\alpha\right)\frac{1}{2}\operatorname{tg}\alpha$; 2) $\operatorname{ctg}\alpha\left(\frac{1+\sin^2\alpha}{\cos\alpha}-\cos\alpha\right)$.

**551** 1) $\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}+\alpha\right)}$; 2) $\dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)+\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)-\cos\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)}$.

**552** Доказать тождество:

1) $1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta=\dfrac{\cos(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$; 2) $\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta=\dfrac{\sin(\alpha-\beta)}{\cos\alpha\cos\beta}$.

Вычислить (553—554).

**553** 1) $2\sin 6\alpha\cos^2\left(\frac{\pi}{4}+3\alpha\right)-\sin 6\alpha$ при $\alpha=\frac{5\pi}{24}$;

2) $\cos 3\alpha+2\cos(\pi-3\alpha)\sin^2\left(\frac{\pi}{4}-1{,}5\alpha\right)$ при $\alpha=\frac{5\pi}{36}$.

**554** 1) $\dfrac{\sqrt{3}(\cos 75^\circ-\cos 15^\circ)}{1-2\sin^2 15^\circ}$; 2) $\dfrac{2\cos^2\frac{\pi}{8}-1}{1+8\sin^2\frac{\pi}{8}\cos^2\frac{\pi}{8}}$.

**555** Доказать тождество:

1) $\dfrac{2\sin 2\alpha-\sin 4\alpha}{2\sin 2\alpha+\sin 4\alpha}=\operatorname{tg}^2\alpha$; 2) $\dfrac{2\cos 2\alpha-\sin 4\alpha}{2\cos 2\alpha+\sin 4\alpha}=\operatorname{tg}^2\left(\frac{\pi}{4}-\alpha\right)$.

**556** Показать, что:

1) $\sin 35^\circ+\sin 25^\circ=\cos 5^\circ$; 2) $\cos 12^\circ-\cos 48^\circ=\sin 18^\circ$.

**Проверь себя!**

**1** Вычислить $\sin\alpha$, $\operatorname{tg}\alpha$, $\cos 2\alpha$, если $\cos\alpha=-\frac{4}{5}$ и $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$.

**2** Найти значение выражения:

1) $\cos 135^\circ$; 2) $\sin\frac{8\pi}{3}$; 3) $\operatorname{tg}\frac{7\pi}{3}$; 4) $\cos^2\frac{\pi}{8}-\sin^2\frac{\pi}{8}$.

**3** Доказать тождество:

1) $3\cos 2\alpha-\sin^2\alpha-\cos^2\alpha=2\cos 2\alpha$;

2) $\dfrac{\sin 5\alpha-\sin 3\alpha}{2\cos 4\alpha}=\sin\alpha$.

**4** Упростить выражение:

1) $\sin(\alpha-\beta)-\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\cdot\sin(-\beta)$;

2) $\cos^2(\pi-\alpha)-\cos^2\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)$;

3) $2\sin\alpha\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)$.