

## Тема урока: Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

А теперь давайте вспомним что мы проходили на прошлом занятии

Что такое прямой угол? (это угол в 90 градусов)

Что такое острый угол? (это угол от 0 до 90 градусов)

Что такое тупой угол? (это угол от 90 до 180 градусов)

Какой угол называется развернутым? (этот угол равен 180 градусов)

### Острый угол в прямоугольном треугольнике

Из курса геометрии известны определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла в прямоугольном треугольнике. Они даются как отношение сторон прямоугольного треугольника. Приведем их формулировки.

#### Определение.

**Синус острого угла в прямоугольном треугольнике** – это отношение противолежащего катета к гипотенузе.

#### Определение.

**Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике** – это отношение прилежащего катета к гипотенузе.

#### Определение.

**Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике** – это отношение противолежащего катета к прилежащему.

#### Определение.

**Котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике** – это отношение прилежащего катета к противолежащему.

Там же вводятся обозначения синуса, косинуса, тангенса и котангенса – **sin**, **cos**, **tg** и **ctg** соответственно.

Давайте найдем значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$ .



$$AC = BC$$

$$\angle A = \angle B = 45^\circ$$

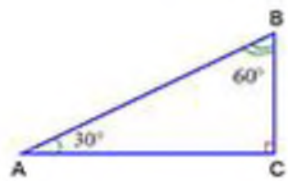
$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2AC^2 = 2BC^2$$

$$AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 45^\circ = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC} = 1$$



$$\angle A = 30^\circ \quad \angle B = 60^\circ$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{AB} = \sin A = \sin 30^\circ$$

$$\frac{BC}{AB} = \cos B = \cos 60^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \quad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 30^\circ} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \sqrt{1 - \cos^2 60^\circ} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \sqrt{3}$$

Игорь Жаборовский © 2012

USUKIMATHEMATIKI.RU

Запишем все значения углов в таблицу:

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Игорь Жаборовский © 2012

USUKIMATHEMATIKI.RU

Предлагаю вам алгоритм, благодаря которому вы легко, в течение минуты восстановите в памяти все вышеуказанные значения:

1. Записываем в строчку углы от 0 до 90 градусов. Слева в столбик запишем сначала синус, затем косинус аргумента:

$0^\circ \quad 30^\circ \quad 45^\circ \quad 60^\circ \quad 90^\circ$

$\sin \alpha$

$\cos \alpha$

2. Напротив синуса пишем числа от нуля до четырёх (под значениями углов). Напротив косинуса от 4 до 0:

$0^\circ \quad 30^\circ \quad 45^\circ \quad 60^\circ \quad 90^\circ$

$\sin \alpha \quad 0 \quad 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4$

$\cos \alpha \quad 4 \quad 3 \quad 2 \quad 1 \quad 0$

3. Далее извлекаем корень:

	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$
cos α	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$

4. Делим на 2:

	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
cos α	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

5. Вычисляем:

	0°	30°	45°	60°	90°
sin α	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos α	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Мы получили значения синуса и косинуса углов от 0 до 90 градусов. Далее, зная формулы тангенса и котангенса:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$$

вы сможете найти значения для указанных углов.

Например:

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

Значения тригонометрических функций некоторых углов										Знаки тригонометрических функций	
$\alpha$	град	$0^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$180^\circ$	$270^\circ$	$360^\circ$	<div style="display: flex; justify-content: space-around;"> <div style="text-align: center;"> <math>\sin \alpha</math>   </div> <div style="text-align: center;"> <math>\cos \alpha</math>   </div> </div>	
	рад	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\pi$	$\frac{3\pi}{2}$	$2\pi$		
	$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0	<div style="text-align: center;"> <math>\operatorname{tg} \alpha, \operatorname{ctg} \alpha</math>   </div>	
	$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1		
	$\operatorname{tg} \alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0		
	$\operatorname{ctg} \alpha$	—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0	—		

## 6. Решение задач

### ЗАДАЧА:

Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс угла  $A$  треугольника  $ABC$  с прямым углом  $C$ , если  $BC = 6$  см,  $AB = 10$  см.

ДАНО:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ;  $BC = 6$  см,  $AB = 10$  см.

НАЙТИ:  $\sin A$ ,  $\cos A$ ,  $\operatorname{tg} A$ ,  $\operatorname{ctg} A$

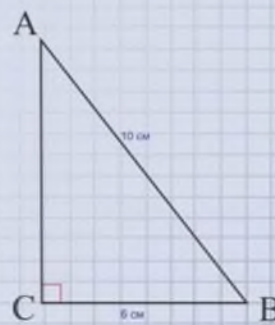
### РЕШЕНИЕ:

$$\sin A = \frac{BC}{AB} = 0,6$$

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - 0,6^2} = 0,8$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{0,6}{0,8} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\operatorname{tg} A \cdot \operatorname{ctg} A = 1, \text{ т.е. } \operatorname{ctg} A = \frac{1}{\operatorname{tg} A} = \frac{4}{3}$$



### Практические примеры:

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = 0,5$$

$$\sin 300^\circ = \sin(270^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 315^\circ = \operatorname{tg}(270^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1$$

$$\operatorname{ctg} 330^\circ = \operatorname{ctg}(360^\circ - 30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$$

### 8. Практическая работа 4 варианта

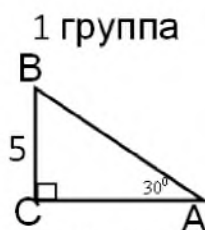
8.6. а)  $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$ ;

б)  $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ ,  $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\operatorname{tg} 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\operatorname{ctg} 150^\circ = -\sqrt{3}$ ;

в)  $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$ ,  $\cos 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\operatorname{tg} 210^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ ,  $\operatorname{ctg} 210^\circ = \sqrt{3}$ ;

г)  $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ ,  $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{tg} 240^\circ = \sqrt{3}$ ,  $\operatorname{ctg} 240^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$ .

### 9. Постановка домашнего задания



Найти:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



Найти:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



Найти:

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$$