

30 октября математика 1 курс ЖКХ

Тема урока Решение систем логарифмических уравнений.

При решении систем логарифмических уравнений используются традиционные методы: метод введения вспомогательных переменных и метод алгебраического сложения уравнений. Кроме этого, используются все вышеизложенные методы для решения логарифмических уравнений.

1. Метод введения вспомогательной переменной.

Пример 1. Решите систему уравнений

$$\begin{cases} \log^2(x+y) + \log^2(x-y) = 13, \\ 2 \log_2(x+y) + 3 \log_2(x-y) = 12. \end{cases}$$

Решение. Введем замену, $a = \log_2(x+y)$, $b = \log_2(x-y)$ и получим новую систему уравнений:

$$\begin{cases} a^2 + b^2 = 13, \\ 2a + 3b = 12; \end{cases}$$
$$\begin{cases} a = 6 - 1,5b, \\ (6 - 1,5b)^2 + b^2 = 13; \end{cases}$$

Решим второе уравнение системы отдельно. Преобразуя его, получим уравнение

$$13b^2 - 72b + 92 = 0,$$
$$b_1 = 2, \quad b_2 = 46/13.$$

Найдем значение переменной a : $a_1 = 3$, $a_2 = 9\sqrt{13}$. Возвращаясь к переменным x и y , мы должны решить две новых системы уравнений.

$$\begin{cases} \log_2(x+y) = 3, \\ \log_2(x-y) = 2; \end{cases} \quad \begin{cases} \log_2(x+y) = 46\sqrt{13}, \\ \log_2(x-y) = 9\sqrt{13}; \end{cases}$$
$$\begin{cases} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 8, \\ x - y = 4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 2^{46/13}, \\ x - y = 2^{9/13}; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6, \\ y = 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2^{33/13} + 2^{-4/13}, \\ y = 2^{33/13} - 2^{-4/13}. \end{cases}$$

Ответ: (6;2); $(2^{33/13} + 2^{-4/13} ; 2^{33/13} - 2^{-4/13})$

2. Метод алгебраического сложения.

Стандартный метод алгебраического сложения уравнений системы применяется и при решении логарифмических систем.

Пример 2. Решите систему уравнений.

$$\begin{cases} \log_7 (x + y) - 4\log_7 (x - y) = 0, \\ \log_7 (x + y) = 5\log_7 3 - \log_7 (x - y). \end{cases}$$

Решение. Вычтем из первого уравнения системы второе, получим :

$$\begin{cases} \log_7 (x + y) - 4\log_7 (x - y) = 0, \\ 5\log_7 (x - y) = 5\log_7 3; \end{cases}$$

После преобразования получаем линейную систему:

$$\begin{cases} x - y = 3, \\ x + y = 81; \\ x = 42, y = 39. \end{cases}$$

Очевидно, что найденная пара чисел является единственным решением системы уравнений.

Ответ . (42; 39).

Домашнее задание

Прочитать и переписать в тетрадь решение примеров 1и2

Файл с заданием отправьте преподавателю на почту mariaeva.vera@yandex.ru