21 октября. Математика 1 курс ЖКХ.
Добрый день уважаемые студенты!
Сегодня новый материал. После изучения темы , решите небольшой тест и ответы пришлите на электронную почту

Файл с заданием отправьте преподавателю на почту mariaeva.vera@yandex.ru

Лекция: «Методы решения показательных уравнений».

1. *Показательные уравнения.*

Уравнения, содержащие неизвестные в показателе степени, называются показательными уравнениями. Простейшим из них является уравнение $a^x = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$.

1) При $b < 0$ и $b = 0$ это уравнение, согласно свойству 1 показательной функции, не имеет решения.

2) При $b > 0$ используя монотонность функции и теорему о корне, уравнение имеет единственный корень. Для того, чтобы его найти, надо b представить в виде $b = a^c$, $a^x = b^c \Leftrightarrow x = c$ или $x = \log_a b$.

Показательные уравнения путем алгебраических преобразований приводят к стандартным уравнениям

2. *Метод приведения к одному основанию.*

Способ основан на следующем свойстве степеней: если равны две степени и равны их основания, то равны и их показатели, т.е. уравнение надо попытаться свести к виду

$$a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x).$$

__**Примеры.**__ Решить уравнение:

1. $3^x = 81$;

Представим правую часть уравнения в виде $81 = 3^4$ и запишем уравнение, равносильное исходному $3^x = 3^4$; $x = 4$. Ответ: 4.

2. $\left(\frac{3}{7}\right)^{3x+1} = \left(\frac{7}{3}\right)^{5x-3}$

Представим правую часть уравнения в виде $\left(\frac{3}{7}\right)^{3-5x}$ и перейдем к уравнению для показателей степеней $3x+1 = 3 - 5x$; $8x = 4$; $x = 0,5$. Ответ: 0,5.

3. $5^{x^2-3x+2} = 1$

Представим правую часть данного уравнения в виде $1 = 5^0$ и перейдем к уравнению для показателей степеней $x^2-3x+2 = 0$, откуда легко получить решения $x = 1$ и $x=2$.

Ответ: 1 и 2.

4. $\frac{0,2^{x+0,5}}{\sqrt{5}} = \frac{004^x}{25}$

Заметим, что числа 0,2 , 0,04 , √5 и 25 представляют собой степени числа 5. Воспользуемся этим и преобразуем исходное уравнение следующим образом:

$\frac{(5^{-1})^{x+0,5}}{5^{0,5}} = \frac{(5^{-2})^{x}}{5^{2}}$, откуда $5^{-x-1} = 5^{-2x-2}$ ⇔ $- x – 1 = - 2x – 2$, из которого находим решение $x = -1$.

Ответ: -1.

5. $3^x = 5$. По определению логарифма $x = \log_3 5$. Ответ: $\log_3 5$.

6. $6^{2x+4} = 3^{3x}.\ 2^{x+8}$.

Перепишем уравнение в виде $3^{2x+4}.2^{2x+4} = 3^{2x}.2^{x+8}$, т.е. $\frac{2^{2x+4}}{2^{x+8}} = \frac{3^{3x}}{3^{2x+4}}$, далее

$2^{2x+4-x-8} = 3^{3x-2x-4}$, т.е. $2^{x-4} = 3^{x-4}$. (Уже ясно, что $x = 4$). Перепишем уравнение, разделив на $3^{x-4} \neq 0$.

$\frac{2^{x-4}}{3^{x-4}} = 1, т.е \left(\frac{2}{3}\right)^{x-4} = \left(\frac{2}{3}\right)^{0}$. Отсюда $x – 4 = 0$, $x = 4$. Ответ: 4.

7. $2\cdot3^{x+1} - 6\cdot3^{x-2} - 3^x = 9$. Используя свойства степеней, запишем уравнение в виде $6\cdot3^x - 2\cdot3^x – 3^x = 9$ далее $3\cdot3^x = 9$, $3^{x+1} = 3^2$, т.е. $x+1 = 2$, $x = 1$. Ответ: 1.

Банк задач №1.

Решить уравнение:

а) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x} \cdot 2^{x^2} = \frac{1}{4}$;

б) $3^{4x^2-7x+31} \cdot 3^{3x^2-4x-1} = 1$;

в) $\sqrt{7}^{x^2-1} \cdot 7^{\frac{x^2+x}{2}} = 7\sqrt{7}$;

г) $3 \cdot 5^{x+3} + 2 \cdot 5^{x+1} = 77$;

д) $23^{x-10} = 17^{10-x}$;

е) $27 = \frac{3^{2x}}{3^{x+1}} \cdot \frac{9^{x-1}}{3^{2x}}$;

ж) $9^{2\sqrt{x}} = 3^{2x-6}$;

з) $\left(\frac{2}{3}\right)^{x} \cdot \left[\frac{9}{8}\right]^{x} = \frac{27}{64}$.

Тест №1. с выбором ответа.

A_1 $3^{-x+2} = \frac{1}{9}$.	1) 0 2) 4 3) -2 4) -4
A_2 $3^{2x-8} = \sqrt{3}$.	1)17/4 2) 17 3) 13/2 4) -17/4
A_3 $3^{x^2-4x} = \frac{1}{27}$.	1) 3;1 2) -3;-1 3) 0;2 4) корней нет
A_4 $2^{x+\frac{7}{x}} = 256$.	1) 7;1 2) корней нет 3) -7;1 4) -1;-7

A_5 $12^{x^3-5x^2+6x}=1.$	1) 0;2; 2) 0;2;3 3) 0 4) -2;-3;0
A_6 $\left(\frac{2}{3}\right)^x=\left(\frac{3}{2}\right)^{x-2}.$	1) -1 2) 0 3) 2 4) 1