

19 октября. Математика ЖКХ.

Добрый день , уважаемые студенты. Работы я ваши проверила, оценки можно посмотреть, если кто был на уроке, а задание не выполнил, то оценка два, это я потом поставлю, когда посмотрю посещаемость у кураторов.

Сейчас, когда вы перейдете на дистанционное обучение по всем предметам. будет еще труднее.

Задания теперь выполняйте и присылайте мне на электронную почту или в вайбер. Можно выполнить в тетради сфотографировать и послать. Желаю успехов!

Файл с заданием отправьте преподавателю на почту mariaeva.vera@yandex.ru

Список группы 18

№	ФИО	12 окт	13 окт	16 окт							
1	Войнов Дмитрий	3	4	3							
2	Ковальков Андрей										
3	Ковальков сергей										
4	Мальшев Анатолий										
5	Маясов Федор	5	4	5							
6	Метельков Кирил										
7	Милацков Никита	2	2	4							
8	Морозов Константин	2	4	4							
9	Николаев Алексей	2	4								
10	Парфенов Артем										
11	Скворцов Александр	3	5								
12	Скворцов Сергей	5	4								
13	Сусанин Дмитрий			4							
14	Штанов Сергей										
15	Цветков Дмитрий										
16	Адрианов Евгений										
17	Лепешкин Алексей		4	3							
18	Шатров Николай	2	4	4							

Нужно ответить на все вопросы и задания, которые встретите в лекции и прислать мне.

Название предмета **Алгебра и начала математического анализа.**

Тема урока: **Логарифмические неравенства**

Атуализация знаний.

1. Что называется логарифмом.
2. Перечислите свойства логарифмом.
3. Представить в виде логарифма с основанием 2 число.

- а) 16; б) 64; в) $\frac{1}{16}$;

4. Вычислите.

- а) $\log_3 \frac{1}{5} + \log_3 45$;
 б) $25^{\log_5 3}$;

- в) $\frac{\log_2 1}{\log_{11} 77}$;

5. Вспомним основные свойства логарифмической функции.

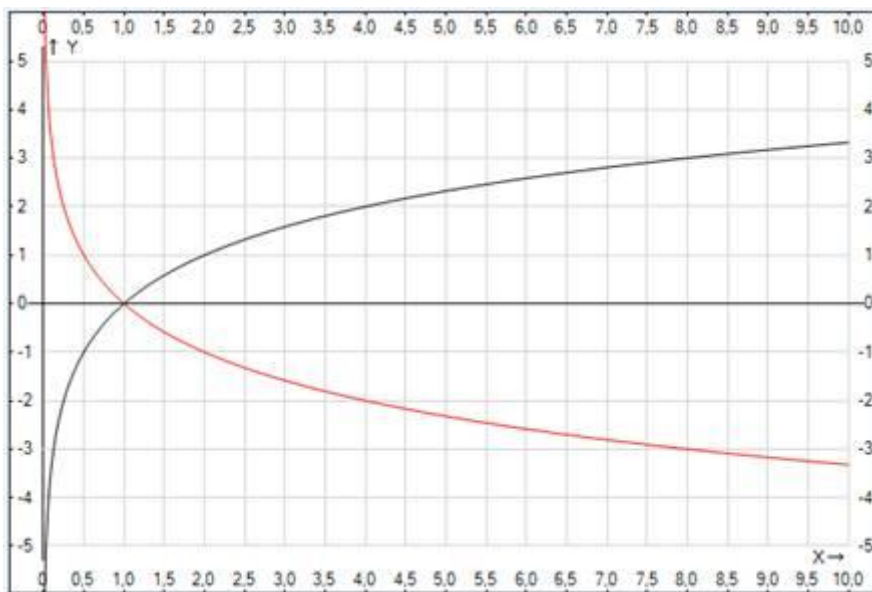


Рис. 1. График логарифмической функции при различных основаниях

1. Область определения: $D(y) = (0; +\infty), t > 0$;
2. Область значений: $E(y) = (-\infty; +\infty), y \in R$;
3. Функция монотонна на всей своей области определения. При $a > 1$ монотонно возрастает (когда аргумент возрастает от нуля до плюс бесконечности, функция возрастает от минус до плюс бесконечности, $\log_a t_2 > \log_a t_1 \leftrightarrow t_2 > t_1$). При $0 < a < 1$ монотонно убывает (когда аргумент возрастает от нуля до плюс бесконечности, функция убывает от плюс до минус бесконечности, $\log_a t_2 > \log_a t_1 \leftrightarrow t_2 < t_1$).

III. Объяснение нового материала

Определение:

Неравенства, которые содержат переменную под знаком логарифма или в его основании, называются логарифмическими.

Решение **логарифмических неравенств** основывается на свойстве монотонности логарифмической функции.

1. Неравенство $\log_a f(x) < b$ в случае, если $0 < a < 1$ сводится к равносильному неравенству $f(x) > a^b$. Если же $a > 1$ - то к неравенству $f(x) < a^b$. Аналогично неравенство $\log_a f(x) > b$ равносильно неравенствам для $0 < a < 1$: $f(x) < a^b$; для $a > 1$: $f(x) > a^b$.

Пример 1:

Задание. Решить неравенство $\log_{0,5}(x - 1) > -1$

Решение. ОДЗ: $x - 1 > 0 \Rightarrow x > 1 \Rightarrow x \in (1; +\infty)$

Учитывая выше написанное, получаем, что заданное логарифмическое неравенство равносильно неравенству:

$$x - 1 < 0,5^{-1} \text{ или } x - 1 < 2 \Rightarrow x < 3$$

В пересечении с ОДЗ получаем, что $x \in (1; 3)$

Ответ: $x \in (1; 3)$

2. Рассмотрим решение логарифмического неравенства, когда основание логарифма $a > 1$

$$\begin{cases} \log_a f(x) > \log_a g(x) \\ a > 1 \end{cases}$$

Неравенство необходимо решать, применяя эквивалентные, равносильные преобразования. Рассмотрим схему. Поскольку мы рассматриваем логарифмическую функцию с основанием, большим единицы, помним, что функция монотонно возрастает. Отсюда:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$$

При этом необходимо не забыть про ОДЗ, т. к. под логарифмом могут стоять строго положительные выражения. ОДЗ представлено системой:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Решением исходного неравенства является эквивалентное неравенство $f(x) > g(x)$, поэтому для соблюдения ОДЗ достаточно защитить меньшее из чисел. Получаем систему неравенств, которая соответствует исходному неравенству:

$$\begin{cases} f(x) > g(x) \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Например:

$$\log_2(2x + 2) > \log_2 x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 > x \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -2 \\ x > 0 \end{cases}$$

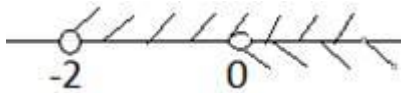


Рис. 2. Иллюстрация решения примера

Ответ: $x > 0$

3. Рассмотрим решение логарифмического неравенства, когда основание логарифма $0 < a < 1$.

$$\begin{cases} \log_a f(x) > \log_a g(x) \\ 0 < a < 1 \end{cases}$$

Поскольку мы рассматриваем логарифмическую функцию с основанием, лежащим в пределах от нуля до единицы, помним, что функция монотонно убывает. Отсюда:

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$$

При этом необходимо не забыть про ОДЗ, т. к. под логарифмом могут стоять строго положительные выражения. ОДЗ представлено системой:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases}$$

Решением исходного неравенства является эквивалентное неравенство $f(x) < g(x)$, поэтому для соблюдения ОДЗ достаточно защитить меньшее из чисел. Получаем систему неравенств, которая соответствует исходному неравенству:

$$\begin{cases} f(x) < g(x) \\ f(x) > 0 \end{cases}$$

Например:

$$\log_{\frac{1}{2}}(2x + 2) > \log_{\frac{1}{2}} x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 2 < x \\ 2x + 2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2 \\ x > -1 \end{cases}$$

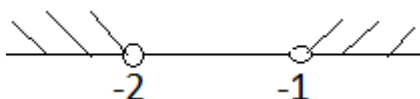
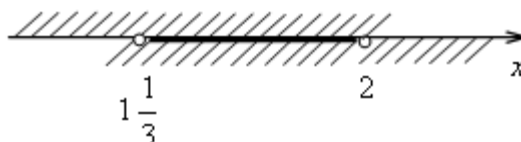


Рис. 3. Иллюстрация решения примера

Ответ: нет решений

IV. Закрепление.

$$\begin{aligned} \text{а) } \log_5 x > \log_5 (3x - 4) &\Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow \begin{cases} x > 3x - 4, \\ 3x - 4 > 0; \end{cases} \begin{cases} -2x > -4, \\ 3x > 4; \end{cases} \begin{cases} x < 2, \\ x > 1\frac{1}{3}; \end{cases} &\Leftrightarrow 1\frac{1}{3} < x < 2. \end{aligned}$$



$$\text{б) } \log_{0,6} (2x - 1) < \log_{0,6} x \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - 1 > x, \\ x > 0; \end{cases} \begin{cases} x > 1, \\ x > 0; \end{cases} \Leftrightarrow x > 1.$$

Ответ: а) $1\frac{1}{3} < x < 2$; б) $x > 1$.

При решении этого упражнения особое внимание обращаем на транзитивность двух неравенств из ОДЗ:

$$\begin{cases} x > 3x - 4 & (1), \\ x > 0, \\ 3x - 4 > 0 & (2). \end{cases}$$

Имеем: $x > 3x - 4$; $3x - 4 > 0 \Rightarrow x > 0$.

Получаем, неравенство $x > 0$ лишнее в этой системе, достаточно (1) и (2):

$$\begin{cases} x > 3x - 4, \\ 3x - 4 > 0. \end{cases}$$

3. № 45.6, № 45.7 (а; б).

Эти упражнения представляют собой логарифмические неравенства, сводящиеся к решению квадратных неравенств.

Вспоминаем *алгоритм* решения квадратного неравенства:

1 шаг. Решаем соответственное квадратное уравнение $ax^2 + bx + c = 0$.

2 шаг. Изображаем схематично расположение параболы относительно оси Ox в зависимости от знака коэффициента a и полученных решений уравнения.

3 шаг. Определяем графически абсциссы точек, удовлетворяющих неравенству, и записываем ответ.

Решение:

$$\text{а) } \log_3 (x^2 + 6) < \log_3 5x \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 6 < 5x, \\ x^2 + 6 > 0. \end{cases}$$

Второе неравенство системы верно для любого x .

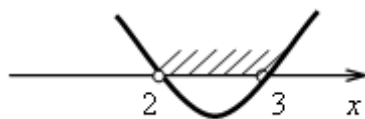
Решаем отдельно первое неравенство.

$$x^2 + 6x < 5x;$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0;$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0;$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = 3.$$



Значит, решением являются $2 < x < 3$.

$$\text{в) } \lg(x^2 - 8) \leq \lg(2 - 9x) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 8 \leq 2 - 9x, & \text{(I)} \\ x^2 - 8 > 0. & \text{(II)} \end{cases}$$

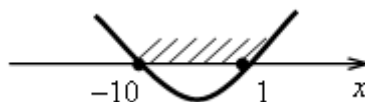
$$\text{I) } x^2 - 8 \leq 2 - 9x;$$

$$x^2 - 8 - 2 + 9x \leq 0;$$

$$x^2 + 9x - 10 \leq 0;$$

$$x^2 + 9x - 10 = 0;$$

$$x_1 = -10; \quad x_2 = 1.$$

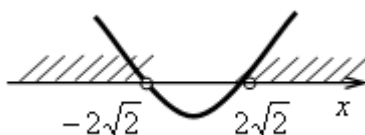


$$\text{II) } x^2 - 8 > 0;$$

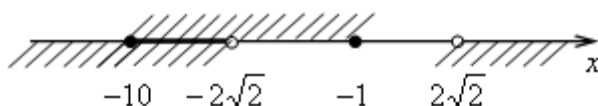
$$x^2 - 8 = 0;$$

$$x^2 = 8;$$

$$x = \pm 2\sqrt{2}.$$



Решением системы неравенств является пересечение полученных промежутков.



Значит, $-10 \leq x < -2\sqrt{2}$.

Ответ: а) $2 < x < 3$; в) $-10 \leq x < -2\sqrt{2}$.

$$\log_{\frac{1}{2}}(6-x) \geq \log_{\frac{1}{2}}x^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 6-x \leq x^2, & \begin{cases} x^2 + x - 6 \geq 0, \\ x < 6. \end{cases} \\ 6-x > 0; \end{cases}$$

Решим первое неравенство системы.

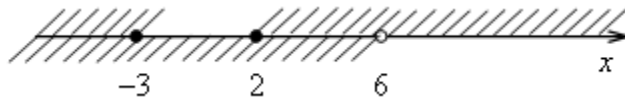
$$x^2 + x - 6 \geq 0;$$

$$x^2 + x - 6 = 0;$$

$$x_1 = -3; \quad x_2 = 2.$$



Решением системы неравенств является пересечение следующих промежутков:



Значит, $x \leq -3$ или $2 \leq x < 6$.

Ответ: а) $x \leq -3; 2 \leq x < 6$.

VI. Итоги урока.

Вопросы учащимся:

- Неравенства какого вида называются логарифмическими?
- Каким образом осуществляется переход от логарифмического неравенства к алгебраическому?
- Какими условиями определяется ОДЗ логарифмического неравенства? Как используется транзитивность неравенств для упрощения получаемой системы неравенств?