Тема: Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат.

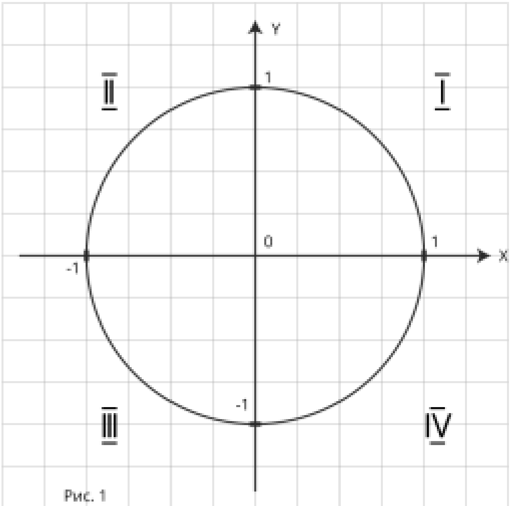
На уроках геометрии мы с вами изучали окружность, её элементы, свойства. Повторим понятие окружности. Это замкнутая линия, все точки которой равноудалены от центра.

Радиусом окружности называется отрезок, соединяющий её центр с любой лежащей на окружности точкой.

На окружности можно выделить дугу. А если рассмотреть круг - часть плоскости, ограниченной окружностью - то можно выделить круговой сектор.

«Окружность бесконечно большого круга и прямая линия – одно и то же» Г. Галилей

Действительно, и окружность и прямая – бесконечны. Рассмотрим окружность радиуса, равному 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат xOy с центром в начале координат. Такую окружность называют *единичной* или *тригонометрической*. (рис.1)



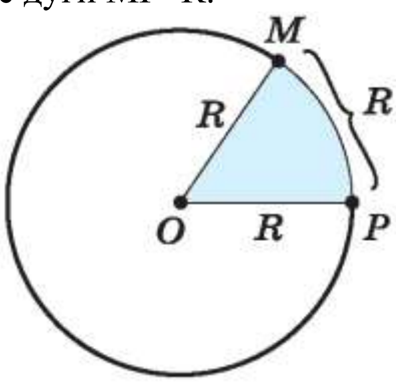
Длина этой окружности, как мы помним из уроков геометрии, C=2πR. А учитывая, что R=1, C=2π, осями координат она поделена на четыре дуги, которые находятся соответственно в I, II, III и IV координатных четвертях.

Вычислите длину каждой дуги.

Ответ. длина каждой дуги равна $\frac{1}{4}$ части окружности или $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

Длина полуокружности равна π. А так как образовался развернутый угол, то π=180°.

Рассмотрим дугу, равную по длине радиусу единичной окружности. Полученный центральный угол POM равен длине дуги MP=R.



Определение. Углом в 1 радиан называется центральный угол, опирающийся на дугу, равную по длине радиусу окружности.

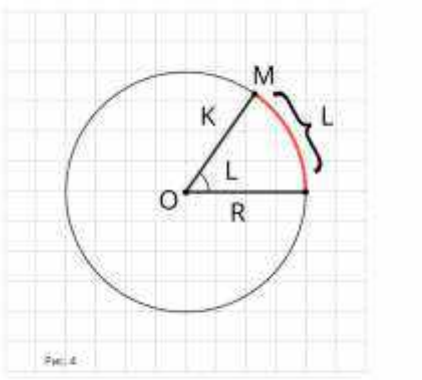
Обозначается ***1рад*.**

$\boxed{\mathbf{1рад} = \frac{180°}{\pi}};$

Подставим в эту формулу $\pi \approx 3{,}14$, получим: 1 рад.$\approx 57{,}3°$;

Угол, равный α рад, вычисляется по формуле **α рад=(180/π α)°** (1)

Длину дуги *l* окружности радиуса R (рис.4)



можно вычислять по формуле **l=α*R** (3)

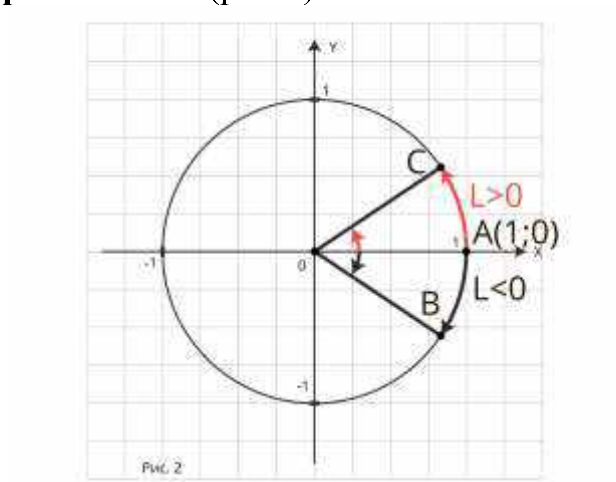
А **площадь S кругового сектора** радиуса R и дугой α рад

находят по формуле: $S = \frac{R^2}{2}\alpha$, где $\alpha \in (0;\pi)$ (4)

Вернёмся к единичной окружности в координатной плоскости.

Каждая точка этой окружности будет иметь координаты x и y такие, что выполняются неравенства **-1≤ x ≤ 1; -1≤ y ≤ 1.**

Введём понятие поворота точки. (рис.2)



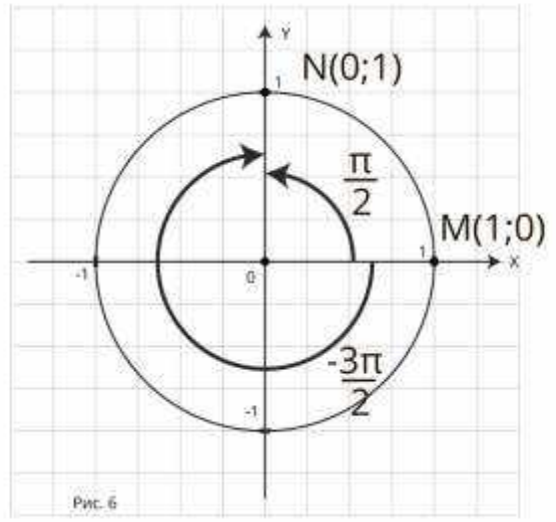
1. Пусть α>0 Тогда точка A(1;0) будет двигаться по единичной окружности против часовой стрелки. Она пройдёт путь α рад от точки A(1;0) до точки B. Говорят, точка B получена из точки A поворотом на угол α

2. Пусть α<0. Тогда точка A(1;0) будет двигаться по единичной окружности по часовой стрелки . Она пройдёт путь α рад от точки A(1;0)до точки C. Говорят, точка C получена из точки A поворотом на угол - α.

При повороте на 0 рад точка остаётся на месте.

Давайте рассмотрим такой пример:

при повороте точки M(1;0) на угол $\frac{\pi}{2}$ получается точка N (0;1). В эту же точку можно попасть из точки M(1;0) при повороте на угол $= \frac{3\pi}{2}$ (рис.6)



Примеры и разбор решения заданий

Пример 1.

Найти градусную меру угла, равного $\frac{2\pi}{3}$рад.

Решение: Используя формулу (1),

находим $\frac{2\pi}{3}$ рад $= (\frac{180}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{3}) = 120$.

Так как 180=π, то $1 = \frac{\pi}{180}$рад, тогда $\alpha^\circ = \frac{\pi}{180^\circ}\,\alpha$ рад **(2)**

Ответ: 120°.

Пример 2. Найти радианную меру угла, равного 60°; 20°.

Решение:

Вычисляем по формуле (2): $60^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 60^\circ = \frac{\pi}{3}$рад

$20^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 20^\circ = \frac{\pi}{9}$рад

При обозначении мер угла, наименование «рад» опускают.

Ответ: $\frac{\pi}{3}$рад, $\frac{\pi}{9}$рад.

Пример 3. Найти длину дуги окружности радиуса 6 см, если её радианная мера $\frac{3\pi}{4}$.

Решение: Используя формулу (3),

получим: $l = \alpha R = 6\,\frac{3\pi}{4} = 4{,}5\pi$ (см)

Ответ: 4,5π см.

Пример 4. Найти площадь сектора, если радиус окружности 10 м, а радианная мера центрального угла $\frac{9\pi}{10}$.

Решение:

По формуле (4) вычисляем $S = \frac{R^2}{2} \cdot \alpha = \frac{10^2}{2} \cdot \frac{9\pi}{10} = 45\,\pi$(м)

Ответ: 45π $м^2$

Задание

Изучить конспект и выписать определения(красным) в тетрадь, разобрать решенные примеры и записать их в тетрадь

Выполненные работы выслать преподавателю на эл.почту