5 декабря математика 1курс юристы.

Знать определения. Выписать таблиц значений функций различных углов. Посмотреть решение задач.

Тема урока: Синус, косинус, тангенс и котангенс числа.

Сегодня мы продолжим изучать тригонометрию, рассмотрим новые понятия такие как косинус, синус, тангенс и котангенс; и методы нахождения углов с помощью прямоугольного треугольника.

1. Повторение теоретического материала

Что такое прямой угол? (это угол в 90 градусов)
Что такое острый угол? (это угол от 0 до 90 градусов)
Что такое тупой угол? (это угол от 90 до 180 градусов)
Какой угол называется развернутым? (этот угол равен 180 градусов)

2. Изучение нового материала

Острый угол в прямоугольном треугольнике

Из курса геометрии известны определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса острого угла в прямоугольном треугольнике. Они даются как отношение сторон прямоугольного треугольника. Приведем их формулировки.

Определение.

Синус острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к гипотенузе.

Определение.

Косинус острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение прилежащего катета к гипотенузе.

Определение.

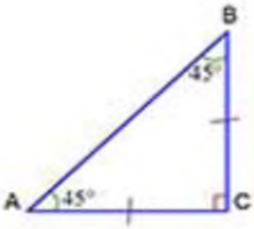
Тангенс острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к прилежащему.

Определение.

Котангенс острого угла в прямоугольном треугольнике – это отношение прилежащего катета к противолежащему.

Там же вводятся обозначения синуса, косинуса, тангенса и котангенса – **sin, cos, tg и ctg** соответственно.

Давайте найдем значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса углов 30°,45° и 60°.



$$AC = BC$$

$$\angle A = \angle B = 45^\circ$$

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 = 2AC^2 = 2BC^2$$

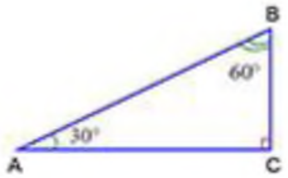
$$AC = BC = \frac{AB}{\sqrt{2}}$$

$$\sin 45^\circ = \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\cos 45^\circ = \cos A = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$tg45^\circ = tgA = \frac{BC}{AC} = 1$$

Игорь Жаборовский © 2012 UROKIMATEMATIKI.RU



$$\angle A = 30^\circ \qquad \angle B = 60^\circ$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{BC}{AB} = \sin A = \sin 30^\circ$$

$$\frac{BC}{AB} = \cos B = \cos 60^\circ$$

$$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \qquad \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\cos 30^\circ = \sqrt{1 - \sin^2 30^\circ} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin 60^\circ = \sqrt{1 - \cos^2 60^\circ} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$tg30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \qquad tg60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \sqrt{3}$$

Игорь Жаборовский © 2012 UROKIMATEMATIKI.RU

Запишем все значения углов в таблицу:

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$tg\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

Игорь Жаборовский © 2012 UROKIMATEMATIKI.RU

Предлагаю вам алгоритм, благодаря которому вы легко, в течение минуты восстановите в памяти все вышеуказанные значения:

1. Записываем в строчку углы от 0 до 90 градусов. Слева в столбик запишем сначала синус, затем косинус аргумента:

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$					
$\cos\alpha$					

2. Напротив синуса пишем числа от нуля до четырёх (под значениями углов). Напротив косинуса от 4 до 0:

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	0	1	2	3	4
$\cos\alpha$	4	3	2	1	0

3. Далее извлекаем корень:

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	$\sqrt{0}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{4}$
$\cos\alpha$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{0}$

4. Делим на 2:

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{4}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{1}}{2}$	$\frac{\sqrt{0}}{2}$

5. Вычисляем:

	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Мы получили значения синуса и косинуса углов от 0 до 90 градусов. Далее, зная формулы тангенса и котангенса:

$$\mathrm{tg}\,\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} \qquad \mathrm{ctg}\,\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$$

вы сможете найти значения для указанных углов.

Например:

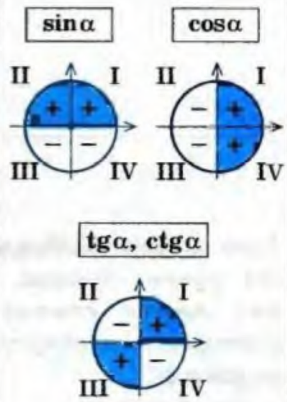
$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sin 30^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\operatorname{ctg} 30^\circ = \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3}$$

Значения тригонометрических функций некоторых углов

α									
	град	**0°**	**30°**	**45°**	**60°**	**90°**	**180°**	**270°**	**360°**
	рад	**0**	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\sin\alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}=\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos\alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg}\alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}=\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0
$\operatorname{ctg}\alpha$		—	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	—	0	—

Знаки тригонометрических функций



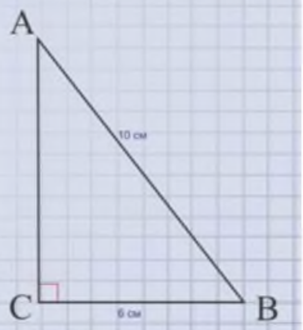
3.Решение задач

ЗАДАЧА:

Найдите синус, косинус, тангенс и котангенс угла A треугольника ABC с прямым углом C, если BC = 6 см, AB = 10 см.

ДАНО: ΔABC, $\angle C = 90^\circ$; BC = 6 см, AB = 10 см.

НАЙТИ: sin A, cos A, tg A, ctg A



РЕШЕНИЕ:

$\sin A = \frac{BC}{AB} = 0{,}6$

$\cos A = \sqrt{1-\sin^2 A} = \sqrt{1-0{,}6^2} = 0{,}8$

$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{0{,}6}{0{,}8} = \frac{3}{4} = 0{,}75$

$\operatorname{tg} A \cdot \operatorname{ctg} A = 1$, т.е. $\operatorname{ctg} A = \frac{1}{\operatorname{tg} A} = \frac{4}{3}$

Практичекие примеры:

$$\sin 150^\circ = \sin(180^\circ - 30^\circ) = \sin 30^\circ = 0{,}5$$

$$\sin 300^\circ = \sin(270^\circ + 30^\circ) = -\cos 30^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos 225^\circ = \cos(180^\circ + 45^\circ) = -\cos 45^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 315^\circ = \operatorname{tg}(270^\circ + 45^\circ) = -\operatorname{ctg} 45^\circ = -1$$

$$\operatorname{ctg} 330^\circ = \operatorname{ctg}(360^\circ - 30^\circ) = -\operatorname{ctg} 30^\circ = -\sqrt{3}$$

8. Практическая работа *(15 мин)*. 4 варианта

8.6. а) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\operatorname{ctg} 30^\circ = \sqrt{3}$;

б) $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$, $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg} 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\operatorname{ctg} 150^\circ = -\sqrt{3}$;

в) $\sin 210^\circ = -\frac{1}{2}$, $\cos 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\operatorname{tg} 210^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\operatorname{ctg} 210^\circ \quad \sqrt{3}$;

г) $\sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 240^\circ = -\frac{1}{2}$, $\operatorname{tg} 240^\circ = \sqrt{3}$, $\operatorname{ctg} 240^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$.