

## Тема: Радианная мера угла. Поворот точки вокруг начала координат.

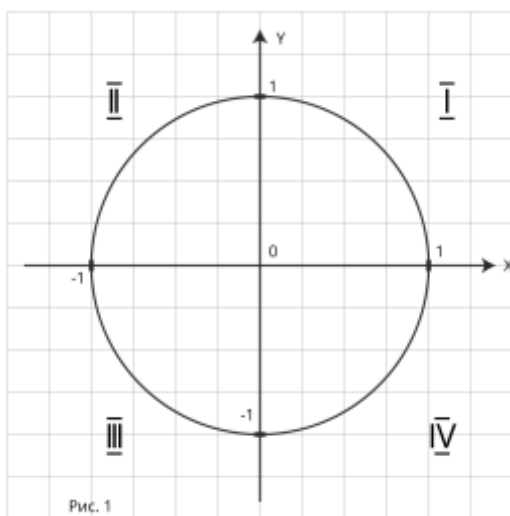
На уроках геометрии мы с вами изучали окружность, её элементы, свойства. Повторим понятие окружности. Это замкнутая линия, все точки которой равноудалены от центра.

Радиусом окружности называется отрезок, соединяющий её центр с любой лежащей на окружности точкой.

На окружности можно выделить дугу. А если рассмотреть круг - часть плоскости, ограниченной окружностью - то можно выделить круговой сектор.

**«Окружность бесконечно большого круга и прямая линия – одно и то же» Г. Галилей**

Действительно, и окружность и прямая – бесконечны. Рассмотрим окружность радиуса, равному 1 единичному отрезку, в прямоугольной системе координат  $xOy$  с центром в начале координат. Такую окружность называют *единичной* или *тригонометрической*. (рис.1)



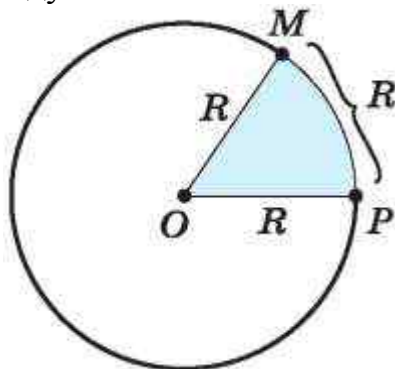
Длина этой окружности, как мы помним из уроков геометрии,  $C=2\pi R$ . А учитывая, что  $R=1$ ,  $C=2\pi$ , осями координат она поделена на четыре дуги, которые находятся соответственно в I, II, III и IV координатных четвертях.

Вычислите длину каждой дуги.

**Ответ.** длина каждой дуги равна  $\frac{1}{4}$  части окружности или  $\frac{2\pi}{4} = \frac{\pi}{2}$

Длина полуокружности равна  $\pi$ . А так как образовался развернутый угол, то  $\pi=180^\circ$ .

Рассмотрим дугу, равную по длине радиусу единичной окружности. Полученный центральный угол  $POM$  равен длине дуги  $MP=R$ .



**Определение.** Углом в 1 радиан называется центральный угол, опирающийся на дугу, равную по длине радиусу окружности.

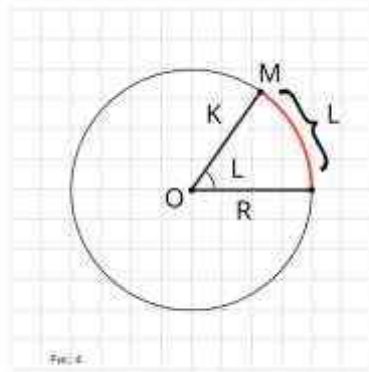
Обозначается **1рад.**

$$1 \text{ рад} = \frac{180^\circ}{\pi};$$

Подставим в эту формулу  $\pi \approx 3,14$ , получим:  $1 \text{ рад} \approx 57,3^\circ$ ;

Угол, равный  $\alpha$  рад, вычисляется по формуле  $\alpha \text{ рад} = (180/\pi \alpha)^\circ$  (1)

Длину дуги  $l$  окружности радиуса  $R$  (рис.4)



можно вычислять по формуле  $l = \alpha * R$  (3)

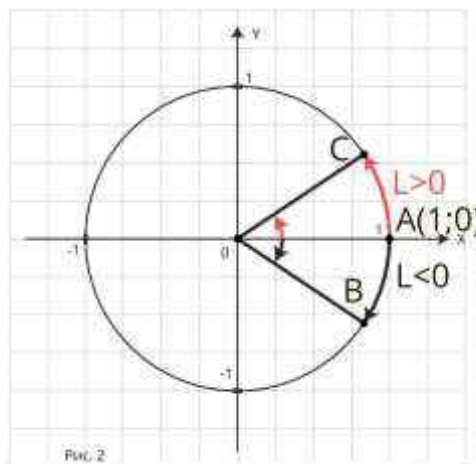
А площадь  $S$  кругового сектора радиуса  $R$  и дугой  $\alpha$  рад

находят по формуле:  $S = \frac{R^2}{2} \alpha$ , где  $\alpha \in (0; \pi)$  (4)

Вернёмся к единичной окружности в координатной плоскости.

Каждая точка этой окружности будет иметь координаты  $x$  и  $y$  такие, что выполняются неравенства  $-1 \leq x \leq 1$ ;  $-1 \leq y \leq 1$ .

Введём понятие поворота точки. (рис.2)



1. Пусть  $\alpha > 0$  Тогда точка  $A(1;0)$  будет двигаться по единичной окружности против часовой стрелки. Она пройдёт путь  $\alpha$  рад от точки  $A(1;0)$  до точки  $B$ . Говорят, точка  $B$  получена из точки  $A$  поворотом на угол  $\alpha$

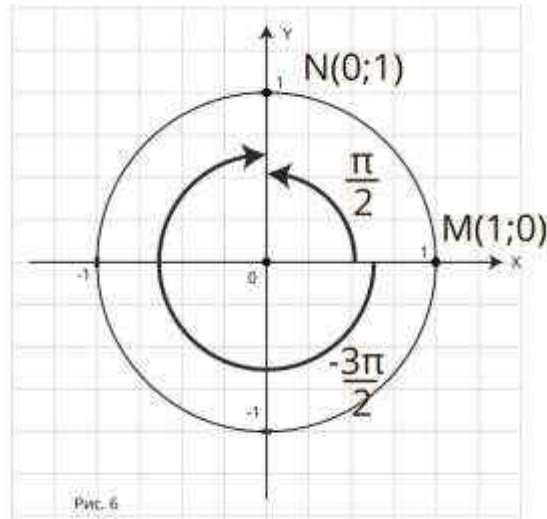
2. Пусть  $\alpha < 0$ . Тогда точка  $A(1;0)$  будет двигаться по единичной окружности по часовой стрелки. Она пройдёт путь  $\alpha$  рад от точки  $A(1;0)$  до точки  $C$ . Говорят, точка  $C$  получена из точки  $A$  поворотом на угол  $-\alpha$ .

При повороте на  $0$  рад точка остаётся на месте.

Давайте рассмотрим такой пример:

при повороте точки  $M(1;0)$  на угол  $\frac{\pi}{2}$  получается точка  $N(0;1)$ . В эту же точку

можно попасть из точки  $M(1;0)$  при повороте на угол  $= \frac{3\pi}{2}$  (рис.6)



## Примеры и разбор решения заданий

### Пример 1.

Найти градусную меру угла, равного  $\frac{2\pi}{3}$  рад.

Решение: Используя формулу (1),

$$\text{находим } \frac{2\pi}{3} \text{ рад} = \left( \frac{180}{\pi} \cdot \frac{2\pi}{3} \right) = 120.$$

Так как  $180 = \pi$ , то  $1 = \frac{\pi}{180}$  рад, тогда  $\alpha^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \alpha \text{ рад}$  (2)

Ответ:  $120^\circ$ .

**Пример 2.** Найти радианную меру угла, равного  $60^\circ$ ;  $20^\circ$ .

Решение:

$$\text{Вычисляем по формуле (2): } 60^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 60^\circ = \frac{\pi}{3} \text{ рад}$$

$$20^\circ = \frac{\pi}{180^\circ} \cdot 20^\circ = \frac{\pi}{9} \text{ рад}$$

При обозначении мер угла, наименование «рад» опускают.

Ответ:  $\frac{\pi}{3}$  рад,  $\frac{\pi}{9}$  рад.

**Пример 3.** Найти длину дуги окружности радиуса 6 см, если её радианная мера  $\frac{3\pi}{4}$ .

Решение: Используя формулу (3),

$$\text{получим: } l = \alpha R = 6 \cdot \frac{3\pi}{4} = 4,5\pi \text{ (см)}$$

Ответ:  $4,5\pi$  см.

**Пример 4.** Найти площадь сектора, если радиус окружности 10 м, а радианная мера центрального угла  $\frac{9\pi}{10}$ .

Решение:

$$\text{По формуле (4) вычисляем } S = \frac{R^2}{2} \cdot \alpha = \frac{10^2}{2} \cdot \frac{9\pi}{10} = 45\pi \text{ (м}^2\text{)}$$

Ответ:  $45\pi \text{ м}^2$

### Задание

Изучить конспект и выписать определения (**красным**) в тетрадь, разобрать решенные примеры и записать их в тетрадь

**Выполненные работы выслать преподавателю на эл.почту**